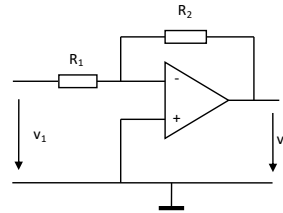


Réaction négative à gain variable avec la fréquence

RAPPELS A.O.



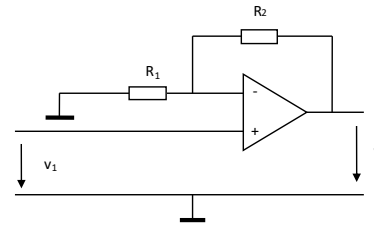
Montage inverseur

$$i_+ = i_- = 0 \text{ et } V_+ = V_-$$

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1} \text{ et } R_{in} = R_1$$

Montage non inverseur

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \text{ et } R_{in} \rightarrow \infty$$

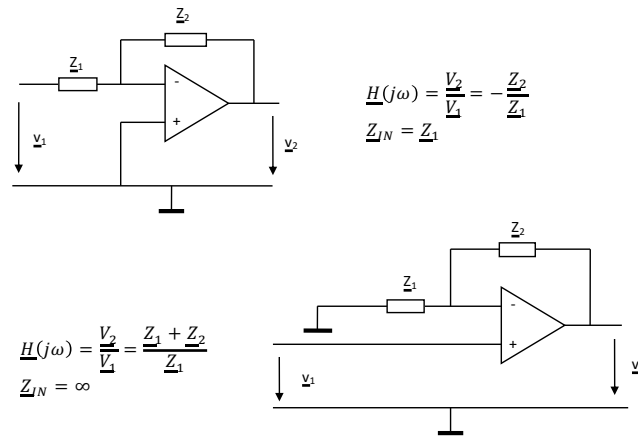


1

Les réflexes développés lors des cours précédents sont réexploités ici avec les configurations inverseur ou non inverseur.

Les expressions de bases $-R_2/R_1$ et $(R_1+R_2)/R_1$ qui donnent des gains constants vont devenir des fonctions de transfert lorsque les résistances seront substituées par des impédances

Fonction de transfert avec un AOP

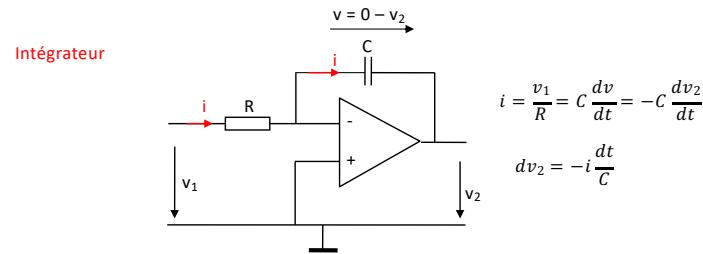


2

Si Z_2 et Z_1 remplacent respectivement R_2 et R_1 , les expressions de base vaudront respectivement $-Z_2/Z_1$ et $(Z_1 + Z_2)/Z_1$

Selon la nature des impédances, les expressions obtenues satisferont une quantité importante d'applications

Montage linéaire à gain variable en fonction de la fréquence



Domaine temporel : $v_2 = -\int_0^t i \frac{dt}{C}$ Or $i = \frac{v_1}{R}$ donc $v_2 = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_1 \cdot dt$

Régime sinusoïdal : $H(j\omega) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Z_2}{Z_1}$ avec $Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$ et $Z_1 = R$ $\frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{j\omega RC}$

3

La combinaison la plus simple consiste à substituer l'une des deux résistances par une capacité.

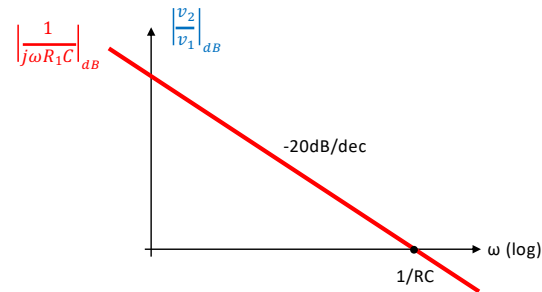
L'analyse du circuit proposé est intéressante dans les domaines temporels et fréquentiels.

La première expression (domaine temporel) met en évidence une fonction mathématique assimilée à une "intégrale" d'où le nom d'intégrateur.

En fréquence, ce comportement se traduit par une amplitude qui varie à raison de -20db/dec. Avec un passage à 0dB à la pulsation de coupure ($\omega_c = 1/RC$).

L'expression a déjà été étudiée dans le chapitre sur les circuits RC.

Intégrateur en régime sinusoïdal



Remarques : Pour $\omega \rightarrow 0$, $\underline{v_2}/\underline{v_1} \rightarrow \infty$ ($v_2 = \text{saturation}$)

Cet intégrateur est sensible aux imperfections de l'AO

Solution : Limiter le gain en basse fréquence

4

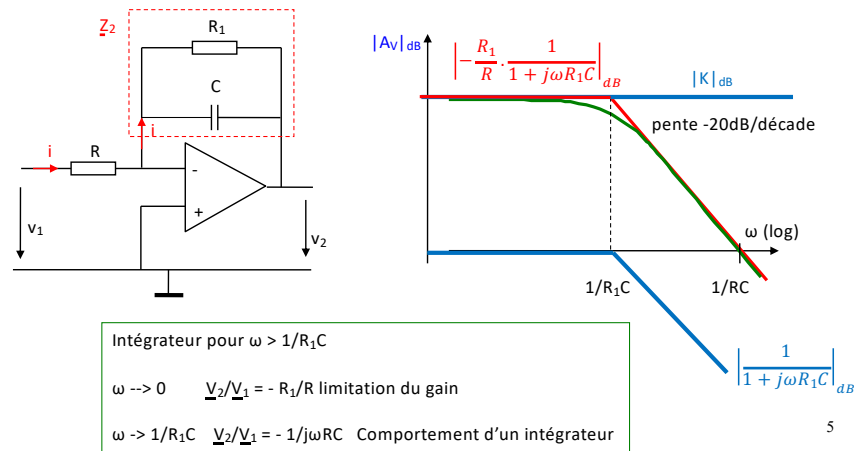
L'observation du diagramme de Bode en module, montre qu'en haute fréquence, le signal est atténué et qu'en basse fréquence le signal est amplifié.

Un tel circuit ne permettrait pas d'observations, car un signal sinusoïdal pur n'existe pas en électronique. Il est toujours superposé à du bruit et/ou des tensions continues résiduelles.

Or, une tension continue même de très faible valeur, amplifiée par un gain infini, saturerait la sortie de l'amplificateur.

La solution passe par la limitation du gain en basse fréquence

Limitation du gain en basse fréquence



La limitation du gain pour les basses fréquences peut être réalisée par la mise en parallèle d'une résistance R_1 avec la capacité C .

L'impédance Z_2 qui en résulte introduit un terme de type passe-bas, qui a la particularité de présenter une asymptote horizontale à basse fréquence, limitant ainsi le gain.

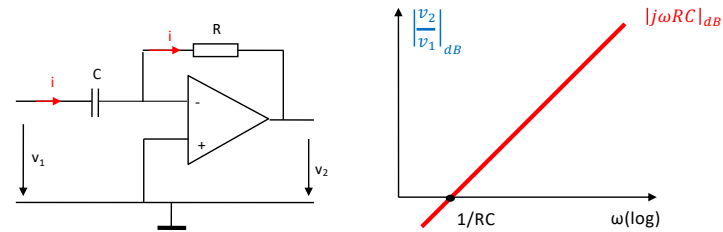
L'expression globale rappelle celle du filtre passe-bas (vu dans les circuit RC) dont la pulsation de coupure est $\omega_c = 1/R_1C$.

Lorsque la courbe réelle rejoint l'asymptote à -20dB/dec, le circuit retrouve son comportement d'intégrateur.

Avec les circuits RC, les montages n'étaient constitués que d'éléments passifs (R et C) et nous ne pouvions pas espérer de gain supérieur à 1 (qui suppose une amplification)

Avec des éléments actifs (A.O.), les composants RC permettent d'obtenir des gains (ici en basse fréquence) significativement supérieurs à 1 (nous sommes alors dans la zone d'amplification).

Différentiateur (mieux que "dérivateur")



Domaine temporel : $i = C \frac{dv_1}{dt} = -\frac{v_2}{R} \Rightarrow v_2 = -RC \frac{dv_1}{dt}$

Signal sinusoïdal : $\frac{v_2}{v_1} = -j\omega RC$

et de façon générale avec la transformée de Laplace : $\frac{v_2}{v_1} = -j\omega RC = -pRC$

Remarque : Circuit très sensible aux bruits et parasites haute-fréquence.
Le gain H.F. limité par une résistance élevée en série avec C.

6

Si on permute la capacité et la résistance on obtient un circuit qui révèle deux nouvelles expressions, respectivement dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel.

Dans la première expression, v_2 dépend de la dérivée de v_1 en fonction du temps, ce qui traduit le rôle "dérivateur" ou "différentiateur" du montage.

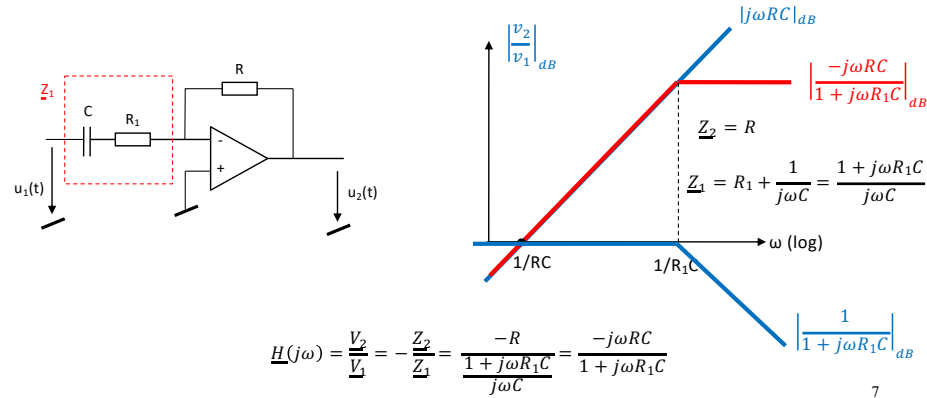
La seconde expression correspond à un terme connu (depuis le cours sur l'analyse sinusoïdale des circuits RC) qui donne une croissance de +20dB/dec.

A la pulsation de coupure $\omega_c = 1/RC$, le gain vaut 0dB.

Comme dans le montage précédent, ce circuit est sensible au bruit, mais qui se manifeste cette fois-ci à haute fréquence.

Un artifice permet aussi de limiter le gain pour éviter que les hautes fréquences ne saturent la sortie de l'A.O.

Limitation du gain en hautes fréquences

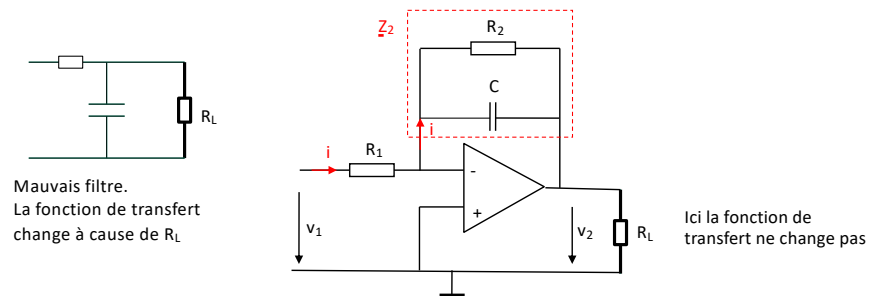


La mise en série d'une capacité C et d'une résistance R_1 substitue l'impédance $1/j\omega C$ par $\underline{Z}_1 = 1/j\omega C + R_1$ ou encore $\underline{Z}_1 = (1 + j\omega R_1C)/j\omega C$. $j\omega C$ et R se combinent et le terme $1 + j\omega R_1C$ apparaît au dénominateur de la fonction de transfert globale.

L'expression complète a une allure déjà connue (filtre passe-haut) qui a la particularité de présenter une asymptote horizontale limitant le gain (à haute fréquence). Cependant, la fonction de transfert du nouveau montage présente deux pulsations caractéristiques $\omega_1 = 1/RC$ et $\omega_2 = 1/R_1C$, avec $\omega_2 > \omega_1$.

Contrairement aux circuits RC simples, un montage actif avec A.O. permet d'obtenir une amplification.

Filtre passe-bas du 1er ordre



$$Z_2 = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \quad \text{et } Z_1 = R_1$$

$$H(j\omega) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C}$$

Si $R_2 = R_1$ alors

$$H(j\omega) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{1}{1 + j\omega R_2 C}$$

8

Le montage intégrateur complété pour limiter le gain en basse-fréquence, nous inspire pour générer un véritable filtre passe-bas.

Pour cela il suffit de prendre $R_2 = R_1$

En dehors du signe "-" qui n'influence que le déphasage, l'expression de la fonction de transfert est bien celle d'un filtre passe-bas.

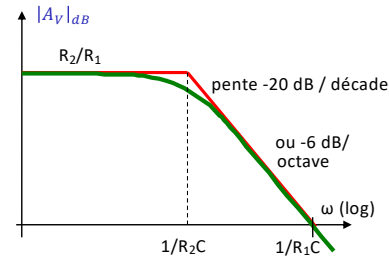
L'intérêt de ce montage est d'imposer un comportement (passe-bas) qui ne dépend pas de la nature de la charge attaquée et ceci grâce aux propriétés idéales de l'A.O.

Filtre passe-bas du 1er ordre

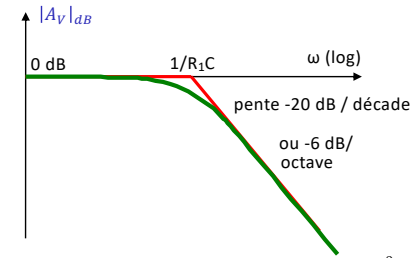
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C}$$

$$\omega < \frac{1}{R_2 C} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega > \frac{1}{R_2 C} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{j\omega R_1 C}$$



Cas général



Filtre passe-bas

9

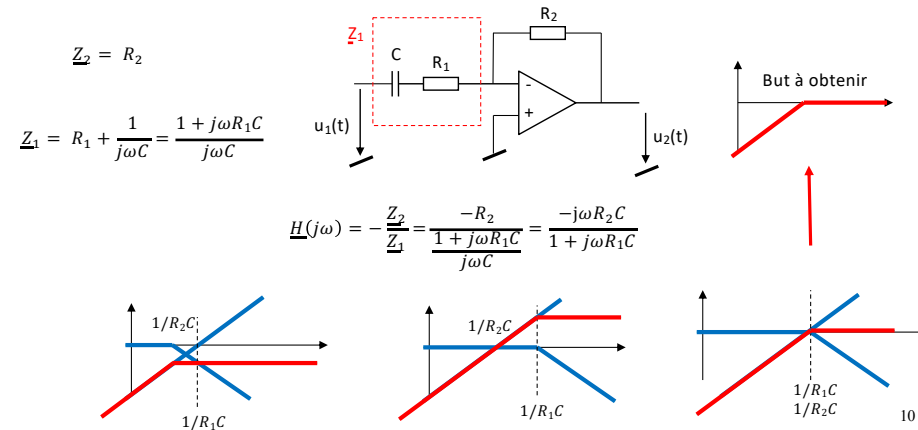
On peut aisément comparer les deux expressions analysées.

La première correspond au montage intégrateur "amélioré" et qui constitue un cas général.

La seconde est spécifique au filtre passe-bas.

L'allure reste identique, seul le gain est différent.

Filtre passe-HAUT du 1er ordre



Comme pour le filtre passe-bas, on peut s'inspirer d'un montage précédent pour générer le filtre passe-haut.

Il s'agit du montage "dérivateur" (ou différentiateur) complété pour casser le gain à haute fréquence.

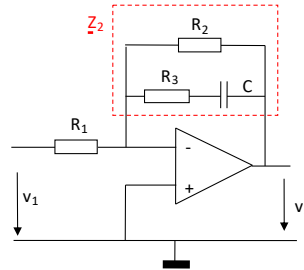
Dans ce montage, deux fréquences de coupures étaient mises en évidence.

Comme pour le filtre passe-bas, il suffit ici de choisir $R_2 = R_1$ pour constater que la fréquence de coupure est unique et qu'aucun gain (asymptote horizontale à 0 dB) n'est possible.

L'avantage d'un tel montage est lié au fait que l'expression n'est pas altérée (filtre actif) quelle que soit la charge attaquée.

Exercice d'analyse [1]

Calculer et représenter graphiquement la fonction de transfert du circuit suivant:



Pour $R_1=1\text{K}\Omega$, $R_2=90\text{K}\Omega$, $R_3=10\text{K}\Omega$, $C=1.6\mu\text{F}$

$$\underline{Z_2} = \left(\frac{1 + j\omega R_3 C}{j\omega C} \right) \cdot R_2 = \frac{(1 + j\omega R_3 C) \cdot R_2}{1 + j\omega R_3 C + j\omega R_2 C} = \frac{(1 + j\omega R_3 C) \cdot R_2}{1 + j\omega (R_3 + R_2) C}$$

$$\underline{Z_1} = R_1$$

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}} = -\frac{(1 + j\omega R_3 C) \cdot R_2}{R_1 (1 + j\omega (R_3 + R_2) C)} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 + j\omega R_3 C}{1 + j\omega (R_3 + R_2) C}$$

11

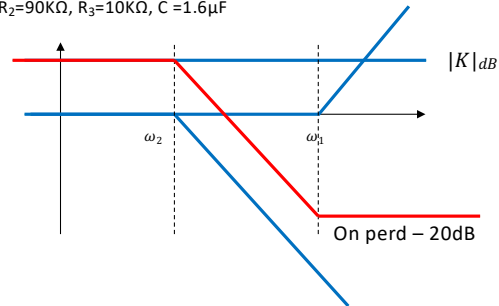
Premier exercice permettant de se familiariser avec les circuits à gains variables avec la fréquence et rappeler des notions de fonctions de transfert et leur représentation graphique (Bode).

Dans ce montage, l'impédance $\underline{Z_2}$ fait apparaître deux termes complexes de la forme $1 + j\omega/\omega_1$ et $1/(1 + j\omega/\omega_2)$

Développements montage 1

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{(1 + j\omega R_3 C)}{1 + j\omega(R_3 + R_2)C} \text{ de la forme } K \cdot \frac{(1 + \frac{\omega}{\omega_1})}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}} \text{ avec } \omega_1 > \omega_2$$

Pour $R_1=1K\Omega$, $R_2=90K\Omega$, $R_3=10K\Omega$, $C=1.6\mu F$

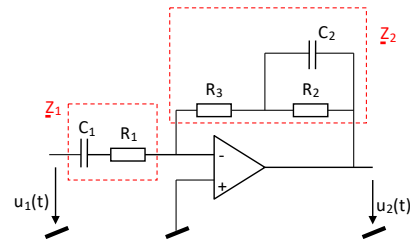


$$\omega_1 = \frac{1}{16 * 10^{-3}} = \frac{10^3}{16}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{16 * 10^{-2}} = \frac{10^2}{16}$$

Exercice d'analyse [2]

Calculer et représenter dans un diagramme de Bode (module uniquement) la fonction de transfert du circuit suivant, en précisant les valeurs en dB des asymptotes horizontales.



On donne:

$R_1=1\text{K}\Omega$, $R_2=90\text{K}\Omega$, $R_3=10\text{K}\Omega$

Cas 1 : Pour $C_1=1.6\mu\text{F}$, $C_2=1.8\text{nF}$

Cas 2 : Pour $C_1=16\text{nF}$, $C_2=18\text{nF}$

13

L'impédance Z_2 fait apparaître deux termes de la forme:

- $1 + j\omega/\omega_1$ et $1/(1 + j\omega/\omega_2)$

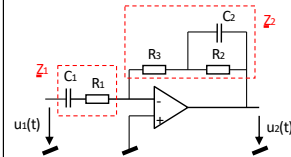
alors que Z_1 fait apparaître des termes en:

- $1 + j\omega/\omega_3$ et $1/j\omega C$.

La combinaison de Z_2 et Z_1 donnera quatre termes que nous savons exploiter (pour dessiner le diagramme de Bode).

Selon les valeurs des composants, ces expressions donneront des courbes aux allures significativement différentes.

Développements montage 2



$$\underline{Z_2} = R_3 + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} = \frac{R_3 + j\omega R_2 R_3 C_2 + R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} = (R_2 + R_3) \cdot \frac{\left(1 + j\omega \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} C_2\right)}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

$$\underline{Z_1} = \frac{1 + j\omega R_1 C_1}{j\omega C_1}$$

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{(R_2 + R_3) \cdot \frac{\left(1 + j\omega \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} C_2\right)}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{1 + j\omega R_1 C_1}{j\omega C_1}} = -j\omega (R_2 + R_3) C_1 \cdot \frac{\left(1 + j\omega \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} C_2\right)}{(1 + j\omega R_2 C_2) \cdot (1 + j\omega R_1 C_1)}$$

$$\underline{H}(j\omega) = -j\omega (R_2 + R_3) C_1 \cdot \frac{\left(1 + j\omega \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} C_2\right)}{(1 + j\omega R_2 C_2) \cdot (1 + j\omega R_1 C_1)} \quad \text{de la forme} \quad -j \frac{\omega}{\omega_1} \cdot \frac{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_2}\right)}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_3}\right) \cdot \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_4}\right)}$$

$$\text{avec} \quad \omega_1 = \frac{1}{(R_2 + R_3) C_1}, \omega_2 = \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3 C_2}, \omega_3 = \frac{1}{R_2 C_2}, \omega_4 = \frac{1}{R_1 C_1}$$

14

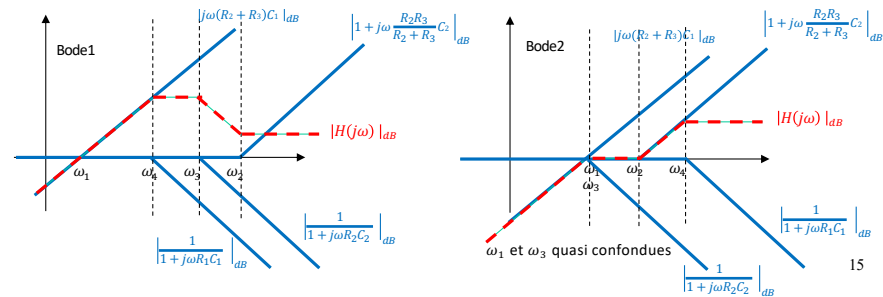
Développements montage 2 - suite

$R_1=1K\Omega$, $R_2=90K\Omega$, $R_3=10K\Omega$

Cas 1 : Pour $C_1=1.6\mu F$, $C_2=1.8nF$ $\omega_1 = 6.25rad/s$, $\omega_2 = 61'728rad/s$, $\omega_3 = 6'172rad/s$, $\omega_4 = 625rad/s$

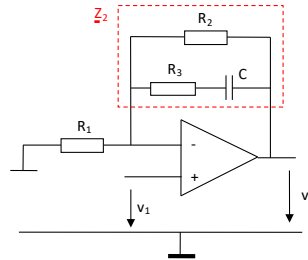
Cas 2 : Pour $C_1=16nF$, $C_2=18nF$ $\omega_1 = 625rad/s$, $\omega_2 = 6'172rad/s$, $\omega_3 = 617rad/s$, $\omega_4 = 62'500rad/s$

Dans les deux applications numériques, il y a presque des décades d'écart entre les pulsations



Exercice d'analyse [3]: Modèle non inverseur

Étude plus complexe



$$\begin{aligned}
 H(j\omega) &= \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} = \frac{R_1 + \frac{(1 + j\omega R_3 C) \cdot R_2}{1 + j\omega(R_3 + R_2)C}}{R_1} \\
 &= \frac{\frac{R_1(1 + j\omega(R_3 + R_2)C) + (1 + j\omega R_3 C) \cdot R_2}{1 + j\omega(R_3 + R_2)C}}{R_1} \\
 &= \frac{(R_1 + j\omega R_1(R_3 + R_2)C) + (R_2 + j\omega R_2 R_3 C)}{R_1(1 + j\omega(R_3 + R_2)C)} = \\
 &= \frac{(R_1 + R_2) \left(1 + j\omega \left(\frac{R_1(R_3 + R_2) + R_2 R_3}{R_1 + R_2} \right) C \right)}{R_1(1 + j\omega(R_3 + R_2)C)} = \\
 &= \frac{(R_1 + R_2)}{R_1} \cdot \frac{\left(1 + j\omega \left(\frac{R_1(R_3 + R_2) + R_2 R_3}{R_1 + R_2} \right) C \right)}{1 + j\omega(R_3 + R_2)C}
 \end{aligned}$$

16

Le montage proposé a la particularité d'être non inverseur, c'est à dire de ne pas introduire le signe "-" assimilable à un déphasage intrinsèque de π .

L'analyse de ce circuit est naturellement un peu plus complexe que ce qui a été observé précédemment.